УДК 537.613

Рогалін С. В., *науковий співробітник Харківського НДІСЕ,*
e-mail: Rogalin.S@i.ua

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВИХРОВОГО ПОЛЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ЙОГО ХАРАКТЕРИСТИК МЕТОДОМ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРОГРАМНИМИ ЗАСОБАМИ ОБЧИСЛЕННЯ У ДОСЛІДЖЕННІ ІНДИКАТОРІВ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ПРИ ВИРІШЕННІ ДІАГНОСТИЧНИХ ЗАВДАНЬ СУДОВОЇ ЕКСПЕРТИЗИ РОЗРАХУНКОВИХ ПРИЛАДІВ ОБЛІКУ, ЩО ЗАЗНАЛИ ВТРУЧАННЯ ВІД ВПЛИВУ ПОСТІЙНОГО АБО ПОВІЛЬНО ЗМІННОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Математичне моделювання вихрового поля та визначення його характеристик методом кінцевих елементів програмними засобами обчислення у дослідженні індикаторів магнітного поля при вирішенні діагностичних завдань судової експертизи розрахункових приладів обліку, що зазнали втручання від впливу постійного або повільно змінного магнітного поля

Порушення вимог Правил роздрібного ринку електричної енергії та Кодексу комерційного обліку електричної енергії є підставою до застосування Методики визначення обсягу та вартості електричної енергії, не облікованої внаслідок порушення споживачами правил користування електричною енергією. Методикою встановлені вимоги до індикаторів впливу магнітного поля: «*Індикатори … мають фіксувати вплив на прилад обліку електричної енергії полів, силові характеристики яких перевищують такі порогові значення:*

для постійних магнітних полів – 100 мТл;

для змінних магнітних полів – 30 мТл;

для електричних полів – 5 кВ».

Зазвичай Індикатор магнітного поля є наклейкою, з розміщеною на ній капсулою із спеціальною магнітною суспензією, яка безповоротно змінює свою форму під впливом постійного та змінного магнітних полів.

Останнім часом спостерігається зростання кількості звернень до Харківського НДІСЕ від судів різної інстанції, енергопостачальних організацій та споживачів для проведення експертних досліджень приладів обліку з встановленими індикаторами впливу магнітного поля (Індикатори). Діагностичне дослідження Індикаторів за експертним завданням має за мету встановлення причини зміни первинного стану Індикатору саме від впливу магнітного поля з певними характеристиками. Створення математичної моделі для вирішення таких експертних завдань є актуальною задачею. Пропонується принцип чисельного розрахунку математичної моделі магнітного поля та визначення розподілення індукції магнітного поля для цього об'єкта завдяки застосуванню методу кінцевих елементів.

Закони електротехніки визначають певні характерні відмінності магнітного поля від електричного та/або електромагнітного. Загалом зв'язок цих полів визначається за відомими законами електротехніки та повністю відображається у чотирьох рівняннях, які Максвелл звів у систему рівнянь відому, як система рівнянь Максвелла. Система рівнянь Максвелла наводяться в інтегральній та диференціальній формі. Нумерація рівнянь не відповідає нумерації їх викладення у перекладі «Трактата» Максвелла [1].

1. Циркуляція вектору E по будь-якому контуру L дорівнює зі знаком мінус похідній за часом від магнітного потоку через будь-яку поверхню, обмежену контуром.

$$\oint(\vec{E}\cdot d\vec{L}) = -\int(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}) \qquad (1)$$

Рівняння виражає закон електромагнітної індукції Фарадея. Змінне магнітне поле збуджує змінне електричне поле.

2. Циркуляція вектору H по будь-якому замкнутому контуру L дорівнює повному струму (сумі струмів провідності та токів зсуву) через довільну поверхню, обмежену контуром.

$$\oint(\vec{H}\cdot d\vec{L}) = \int(\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\cdot d\vec{S}) \qquad (2)$$

Вихрове електричне поле збуджує вихрове магнітне поле. Рівняння виражає закон повного струму Біо – Савара – Лапласа.

3. Потік вектору D крізь будь-яку замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі сторонніх зарядів, що охоплюються цією поверхнею, тобто виражає теорему Гауса.

© Рогалін С. В., 2019

$$\oint(\vec{D}\cdot d\vec{S}) = \int \rho dV \quad (3)$$

4. Потік вектору B крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює нулю.

$$\oint(\vec{B}\cdot d\vec{S}) = 0 \quad (4)$$

Оскільки електричне і магнітне поля взаємопов'язані, то при з'ясуванні характерних відмінностей цих полів потрібно застосовувати такі параметри, які наведені у рівняннях Максвелла і є векторними величинами:

B – індукція магнітного поля, Тл;

H – напруженість магнітного поля, А/м;

D – індукція електричного поля, Кл;

E – напруженість електричного поля, В/м;

J – електричний струм, утворений напруженістю електричного поля провідності електричного заряду і напруженістю електричного поля зсуву А;

а також скалярні параметри:

ε_a, ε_r, ε_0– електричні постійні («діелектрична проникність») абсолютна, реальна та відносна, Ф/м;

μ_a,, μ_r, μ_0– магнітні постійні («магнітна проникність») абсолютна, реальна та відносна, Гн/м;

ρ – щільність заряду на одиницю довжини, площі чи об'єму, Кл/м;

σ – питома електрична провідність, См/м.

Зазначені скалярні величини характеризують середовища, в яких у досліджуваних випадках існують електричні та магнітні поля. Для розрахунку полів у системі рівнянь Максвелла існує наступний зв'язок.

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}\\ \vec{B} &= \mu\mu_0\vec{H}\\ \vec{j} &= \sigma(\overrightarrow{E\text{кул}} + \overrightarrow{E\text{зс}})\end{aligned} \quad (5)$$

У загальному випадку зв'язок між векторами D та E, а також B та H не є лінійним.

У випадку, коли вектори D та B не залежать від часу, тобто D=*const* та B=*const* система рівнянь Максвелла спрощується і у випадку відсутності зміни вектору індукції у часі та за умови відсутності електричного поля, система рівнянь Максвелла скорочується до двох і має наступний вигляд у диференційній формі для магнітостатичного поля.

$$\begin{aligned}div\vec{B} &= 0\\ rot\vec{H} &= \vec{j}\end{aligned} \quad (6)$$

Спрощено перше та друге рівняння скороченої системи рівнянь Максвелла (6) для магнітостатичної задачі можливо тлумачити наступним чином. Магнітостатичне поле не є потенційним та є вихровим, що обов'язково призводить до того, що всі силові лінії поля при їх побудуванні дослідником мають бути замкненими, бо:

по-перше, скалярний диференційний оператор дивергенції похідної вектору магнітної індукції B, що дорівнює нулю свідчить про відсутність витіку і стоку цього параметру поля;

по-друге, циркуляція вектору магнітної індукції B дорівнює алгебраїчній сумі струмів, що охоплені контуром довільної форми і ця сума на відміну від напруженості електричного поля E (див. перше рівняння системи рівнянь Максвелла) відрізняється від нуля. Такі поля називають соленоїдальними або вихровими.

Спрощення системи диференційних рівнянь дозволяє застосувати метод кінцевих елементів для вирішення дослідницької задачі. Суть методу кінцевих елементів (МКЕ) виходить з його назви. Область, в якій шукається рішення диференційних рівнянь, розбивається на кінцеву кількість підобластей (елементів). У кожному з елементів довільно вибирається вид апроксимуючої функції, що дозволяє встановити точність чисельного розрахунку. Поза своїм елементом вибрана до застосування функція апроксімації дорівнює нулю. Значення функцій на границі елементів та у вузлах, що утворюються цими границями є рішенням задачі. Коефіцієнти функцій апроксімації шукаються, наприклад, з умови рівності значення сусідніх функцій на границях між елементами чи вузлами. На наступному етапі зазначені коефіцієнти виражаються через значення функцій у вузлах елементів. Складається система лінійних алгебраїчних рівнянь. Кількість рівнянь дорівнює кількості невідомих значень у вузлах, на яких шукається рішення системи, прямо

пропорційно кількості елементів і обмежується тільки можливостями комп'ютеру. Розмір елементів визначає точність вирішення поставленої задачі.

Перший етап дослідницької задачі є геометрична побудова моделі досліджуваного об'єкту. На другому етапі потрібно задати для частин (блоків) об'єкта властивості матеріалів (у тому числі кривих намагнічування) і ввести граничні умови (Діріхле, Неймана, змішаних, для границь із скін-ефектом, періодичності і аперіодичності тощо). Після цього починається автоматична робота вирішувача, що обчислює параметри моделі і будує сітку кінцевих елементів. Після закінчення розрахунків запускається постпроцесор, при цьому створюються картини полів: для стаціонарного магнітного поля – лінії магнітного потоку. Параметри полів можна проглянути у будь-якій точці області, а в певних зонах оцінити ряд інтегральних величин: магнітного потоку, індуктивності, напруженості.

Принцип чисельного розрахунку математичної моделі магнітного поля та визначення розподілення індукції магнітного поля у цій роботі виконано на прикладі за наступним питанням: ***«Чи може бути досягнуто порогове значення магнітної індукції 100 мТл на Індикаторі, що спричинить зміну його первинного стану, якщо Індикатор буде частково захищено (екрановано) сталевим екраном, а постійне магнітне поле буде утворюватись від наближення до Індикатору постійного магніту?»***. У прикладі розраховані значення індукції магнітного поля на його поверхні та побудовано графік значення індукції магнітного поля залежно від відстані в напрямку від Індикатора до сталевого екрану по двох координатних осях. Моделювання та розрахунок у прикладі виконані для перерізу, що відповідає площині симетрії Індикатору, екрану та постійного магніту. Поставлена задача магнітостатичного поля вирішується при застосуванні граничних умов Діріхле. Це означає, що $B_n = 0$, тобто нормальна складова індукції дорівнює нулю. При завданні властивостей середовищ, що присутні у вирішуваній задачі (повітря, сталь, постійний магніт) застосовуються довідкові дані за виразами (5). Нелінійні залежності $B=f(H)$, так звані крива намагнічування для сталевого екрану та крива розмагнічування для постійного магніту завдані у формі таблиці. Отримані результати чисельно-польового аналізу наведені на ілюстративному матеріалі.

Таким чином,

1. Систематизовані наукові засади для проведення судових електротехнічних досліджень з метою визначення силових характеристик магнітостатичного поля при виконанні судових експертиз приладів обліку, що зазнали втручання від впливу постійного або повільно змінного магнітного поля.

2. Викладено принцип чисельного розрахунку індукції магнітного поля шляхом математичного моделювання магнітного поля програмними засобами з використанням методу кінцевих елементів при вирішенні діагностичних завдань судової експертизи розрахункових приладів обліку, що зазнали втручання від впливу постійного або повільно змінного магнітного поля.

Список використаних джерел:

1. Максвелл Дж. К. Трактат об электричестве и магнетизме. У двух томах. Перевод Б. М. Болотовского, И. Л. Бурштейна, М. А. Миллера, Е. В. Суворова. М. : Наука, 1989. Т. 1. 417 с.

2. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / под ред. Г. Гроше и В. Циглера. Пер. с нем. Совместное издание Лейпциг издательство «Тойбнер», М. : Наука главная редакция физико-математической литературы, 1981. 720 с.

3. Сильвестер П., Феррари Р. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / пер. с англ. М. : Мир, 1986. 229 с.

УДК 343.983

Бублик О. В., *науковий співробітник Харківського НДІСЕ,*
e-mail: hniise_bublyk@ ukr.net

ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ЕКСПЕРТНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ПРИЧИН НЕЩАСНИХ ВИПАДКІВ, ПОВ'ЯЗАНИХ З ЕКСПЛУАТАЦІЄЮ ЕЛЕКТРОУСТАНОВОК

Згідно з інформацією в джерелах [1] та [2] електротравматизм за своїми наслідками в порівнянні з іншими видами травматизму найбільш небезпечний і частіше за інші травми призводить до тяжких та смертельних випадків.

© Бублик О. В., 2019