

Т. М. Івасишин, старший викладач Національної академії Служби безпеки України, кандидат біологічних наук

МАТЕМАТИЧНІ ОЦІНКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ ВМІСТУ МІКРОЕЛЕМЕНТІВ У ЛЮДЕЙ РІЗНОГО ТИПУ ЗАЛЕЖНО ВІД ВЖИВАННЯ НАРКОТИЧНИХ РЕЧОВИН

Результати досліджень елементного складу, які проводилися методом емісійного спектрального аналізу, оцінювалися за п'ятибальною шкалою. Середнє значення вираховувалось для людей різного типу (жінки та чоловіки зі світлим волоссям – ЖС, ЧС; жінки і чоловіки з темним волоссям – ЖТ, ЧТ) для різного періоду вживання наркотичних речовин¹:

$$X_{ij}(t) = \frac{X_{ij}^1(t) + X_{ij}^2(t) + \dots + X_{ij}^n(t)}{n},$$

де n – кількість людей групи ij , що досліджувалася, i – номер статі (0 – жінки, 1 – чоловіки), j – номер кольору волосся (0 – темні, 1 – світлі), t – час приймання наркотичної речовини, $X_{ij}^k(t)$ – замір за п'ятибальною шкалою вмісту всіх мікроелементів k -тої людини типу ij у час вживання наркотику t :

$$X_{ij}^k(t) = [Ca_{ij}^k; Na_{ij}^k; K_{ij}^k; P_{ij}^k; Mg_{ij}^k].$$

Оцінка дисперсії середнього значення $X_{ij}(t)$ для кожної групи людей вираховувалася за формулою

$$D_{ij}(t) = \frac{(X_{ij}^1(t) - X_{ij}(t))^2 + (X_{ij}^2(t) - X_{ij}(t))^2 + \dots + (X_{ij}^n(t) - X_{ij}(t))^2}{n}.$$

¹ Див.: Гурман В. Е. Теория вероятности и математическая статистика. — М., 1977.

Таким чином, середньоквадратичне відхилення від середнього значення по кожній групі людей можна оцінити як квадратний корінь від дисперсії.

Оцінювання результатів замірів на основі кластерного аналізу.

Усі набори даних контрольних замірів людей можна віднести до одного з класів, наведених у табл. 1. Час вживання наркотиків 0 характеризує контрольну групу осіб, що досліджувалася.

Таблиця 1

Час	Чоловіки		Жінки	
	Темні	Світлі	Темні	Світлі
0	1	2	3	4
0,5	5	6	7	8
1	9	10	11	12
1,5	13	14	15	16
2	17	18	19	20
3	21	22	23	24

Належність деякого заміру $Y = (Ca, Na, K, P, Mg)$ до одного з 24 класів можна оцінити за допомогою таких кроків:

1) вибрати значення ij (групу людини) візуально;

2) оцінити значення критерію $J = \sum_{h=1}^5 [Y_h - X_{ij}(t)]^2 \rightarrow \min_t$

для всіх значень t і оцінити найменше його значення. Воно й буде характеризувати час вживання людиною наркотичних речовин;

3) якщо значення критерію J виявиться однаковим для різних класів, тоді можна стверджувати тільки з якоюсь ймовірністю, що людина належить до одного з них.

Оцінювання регресійних залежностей.

Для кожної групи людей і для кожної групи мікроелементів можна запропонувати таку математичну залежність оцінки вмісту речовини в організмі від часу вживання наркотичних речовин:

$$X_{ij}^m(t) = C_{ij}^0 + C_{ij}^1 \sin(d_{ij} + a_{ij}t) + C_{ij}^2(1 - e^{-b_{ij}t}),$$

де C_{ij}^0 – незмінна кількість речовини, яка характерна для контрольної групи людей; C_{ij}^1, d_{ij}, a_{ij} – відповідно амплітуда, зміщення від нуля та коефіцієнт частоти коливань кількість речовини (коливальна частина залежності, якщо коливань немає – $C_{ij}^1 = 0$); C_{ij}^2, b_{ij} – відповідно, рівень насиченості та швидкість експоненційного зростання вмісту речовин зі збільшенням часу вживання наркотичних речовин.

Для кожної групи людей ij підбиралися такі коефіцієнти $\{C_{ij}^0, C_{ij}^1, a_{ij}, C_{ij}^2, b_{ij}\}$, щоб відстань між оцінками за експериментом і моделлю була найменшою $I_{ij} = \sum_{t>0} [X_{ij}(t) - X_{ij}^m(t)]^2 \rightarrow \min$, наприклад, за допомогою одним із методів оптимізації¹.

Після підбору таких коефіцієнтів вираховувався процент відносної похибки за формулою

$$R_{ij} = \sum_{t>0} \frac{abs[X_{ij}(t) - X_{ij}^m(t)]}{X_{ij}(t)} \times 100\%.$$

У табл. 2 та на рисунку наведені деякі результати досліджень.

Таблиця 2

Приклад значень експериментів і моделі

Час	Са	Са-модель	На	На-модель
0,0	2,83	2,83	2,67	2,67
0,5	4,00	3,98	3,33	3,33
1,0	4,00	4,01	3,70	3,02
1,5	4,00	4,01	4,00	3,44
2,0	4,00	4,01	3,00	3,06
3,0	4,20	4,01	3,30	3,30

¹ Див.: Бейко І. В., Бублік Б. Н., Зінько П. М. Методи і алгоритми розв'язування задач оптимізації. — К., 1983.

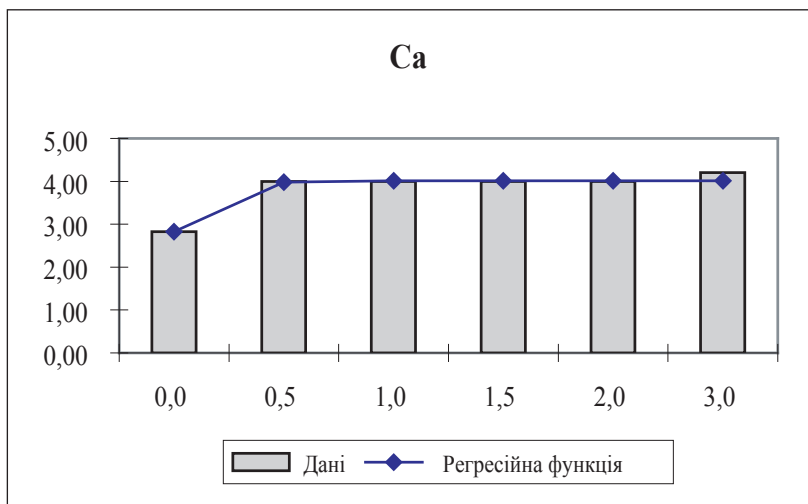


Рисунок. Порівняння даних експериментів і моделі вмісту кальцію для групи чоловіків зі світлим волоссям залежно від часу вживання наркотиків

За аналізом кількісних характеристик отримані такі наближені оцінки коефіцієнтів залежностей (табл. 3–6).

Таблиця 3

Група людей	Залежність	Похибка
ЧС-Е	$Ca_{11}^m(t) = 2,83 + 1,18(1 - e^{-7,68t})$	0,6%
ЧС-Е	$Na_{11}^m(t) = 2,67 + 0,2238 \sin(5,12t) + 0,553(1 - e^{-7,5t})$	6,5%
ЧС-Е	$K_{11}^m(t) = 3 + 1,015(1 - e^{-7,52t})$	0,7%
ЧС-Е	$P_{11}^m(t) = 3 + 0,19 \sin(2,134 + 3,91t) + 0,11(1 - e^{-5,02t})$	3,8%
ЧС-Е	$Mg_{11}^m(t) = 2,92 + 0,58(1 - e^{-5,02t})$	1,8%

Таблиця 4

Група людей	Залежність	Похибка
ЧТ-Е	$Ca_{10}^m(t) = 2,82 + 1,18(1 - e^{-5,03t})$	4,1%
ЧТ-Е	$Na_{10}^m(t) = 2,55 + 0,057 \sin(4,87t) + 0,51(1 - e^{-4,95t})$	3,8%
ЧТ-Е	$K_{10}^m(t) = 3,18 + 0,86(1 - e^{-5,087t})$	0,5%
ЧТ-Е	$P_{10}^m(t) = 2,91 + 0,163 \sin(4,42t) + 0,255(1 - e^{-1,96t})$	2,4%
ЧТ-Е	$Mg_{10}^m(t) = 2,86 + 0,058 \sin(4,07t) + 0,689(1 - e^{-1,728t})$	2,7%

Таблиця 5

Група людей	Залежність	Похибка
ЖС-Е	$Ca_{01}^m(t) = 4 + (1 - e^{-19t})$	1,0%
ЖС-Е	$Na_{01}^m(t) = 4$	0,0%
ЖС-Е	$K_{01}^m(t) = 4 + 0,1458 \sin(1,57t) + 0,897(1 - e^{-19,8t})$	4,0%
ЖС-Е	$P_{01}^m(t) = 3,7 + 0,189 \sin(3,97t) + 0,45(1 - e^{-0,78t})$	3,2%
ЖС-Е	$Mg_{01}^m(t) = 3,4 + 0,58 \sin(3,26 + 4,14t) + 1,096(1 - e^{-3,01t})$	2,2%

Таблиця 6

Група людей	Залежність	Похибка
ЖТ-Е	$Ca_{00}^m(t) = 3,667 + 1,33(1 - e^{-18,7t})$	0,02%
ЖТ-Е	$Na_{00}^m(t) = 3,333 + 0,667(1 - e^{-18,73t})$	0,02%
ЖТ-Е	$K_{00}^m(t) = 4 + 1,04(1 - e^{-1,46t})$	0,6%
ЖТ-Е	$P_{00}^m(t) = 3,25 + 0,75(1 - e^{-20t})$	1%
ЖТ-Е	$Mg_{00}^m(t) = 3,167 + 1,084(1 - e^{-2,92t})$	3,2%